MATEMÁTICA

Prof. Matheus

ANÁLISE COMBINATÓRIA

1. (Ueg 2015) Érika resolve passear com a cachorrinha Kika e, antes de sair do apartamento, escolhe colocar uma roupa e uma coleira na cachorrinha. Se Kika tem 7 roupas e 3 coleiras, todas distintas, de quantas maneiras Érika pode escolher uma roupa e uma coleira para passear com a Kika?

a) 10
b) 21
c) 35
d) 42

2. (Ueg 2015) Numa lanchonete o lanche é composto por três partes: pão, molho e recheio. Se essa lanchonete oferece aos seus clientes duas opções de pão, três de molho e quatro de recheio, a quantidade de lanches distintos que ela pode oferecer é de

a) 9
b) 12
c) 18
d) 24

3. (Upe 2014) Na comemoração de suas Bodas de Ouro, Sr. Manuel e D. Joaquina resolveram registrar o encontro com seus familiares através de fotos. Uma delas sugerida pela família foi dos avós com seus 8 netos. Por sugestão do fotógrafo, na organização para a foto, todos os netos deveriam ficar entre os seus avós.

De quantos modos distintos Sr. Manuel e D. Joaquina podem posar para essa foto com os seus netos?

a) 100
b) 800
c) 40 320
d) 80 640
e) 3 628 800

4. (Enem 2014) Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido.

De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

a) $20 \times 8! + (3!)^2$
b) $8! \times 5! \times 3!$
c) $\dfrac{8! \times 5! \times 3!}{2^8}$
d) $\dfrac{8! \times 5! \times 3!}{2^2}$
e) $\dfrac{16!}{2^8}$

5. (Enem PPL 2014) Um procedimento padrão para aumentar a capacidade do número de senhas de banco é acrescentar mais caracteres a essa senha. Essa prática, além de aumentar as possibilidades de senha, gera um aumento na segurança. Deseja-se colocar dois novos caracteres na senha de um banco, um no início e outro no final. Decidiu-se que esses novos caracteres devem ser vogais e o sistema conseguirá diferenciar maiúsculas de minúsculas.

Com essa prática, o número de senhas possíveis ficará multiplicado por

a) 100.
b) 90.
c) 80.
d) 25.
e) 20.

6. (Enem 2013) Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta-corrente pela internet.

Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres.

Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.

O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

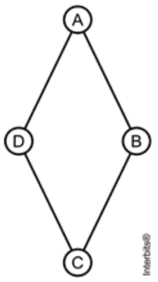
a) $\dfrac{62^6}{10^6}$
b) $\dfrac{62!}{10!}$
c) $\dfrac{62!\,4!}{10!\,56!}$
d) $62! - 10!$
e) $62^6 - 10^6$

7. (Unicamp 2013) Para acomodar a crescente quantidade de veículos, estuda-se mudar as placas, atualmente com três letras e quatro algarismos numéricos, para quatro letras e três algarismos numéricos, como está ilustrado abaixo.

ABC 1234	ABCD 123

Considere o alfabeto com 26 letras e os algarismos de 0 a 9. O aumento obtido com essa modificação em relação ao número máximo de placas em vigor seria
a) inferior ao dobro.
b) superior ao dobro e inferior ao triplo.
c) superior ao triplo e inferior ao quádruplo.
d) mais que o quádruplo.

8. (Enem 2013) Um artesão de joias tem a sua disposição pedras brasileiras de três cores: vermelhas, azuis e verdes.
Ele pretende produzir joias constituídas por uma liga metálica, a partir de um molde no formato de um losango não quadrado com pedras nos seus vértices, de modo que dois vértices consecutivos tenham sempre pedras de cores diferentes.
A figura ilustra uma joia, produzida por esse artesão, cujos vértices A, B, C e D correspondem às posições ocupadas pelas pedras.



Com base nas informações fornecidas, quantas joias diferentes, nesse formato, o artesão poderá obter?
a) 6
b) 12
c) 18
d) 24
e) 36

9. (Unisinos 2012) Num restaurante, são oferecidos 4 tipos de carne, 5 tipos de massa, 8 tipos de salada e 6 tipos de sobremesa. De quantas maneiras diferentes podemos escolher uma refeição composta por 1 carne, 1 massa, 1 salada e 1 sobremesa?
a) 23.
b) 24.
c) 401.
d) 572.
e) 960.

10. (Enem 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.
Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.
O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há
a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

11. (Ufjf 2012) Uma empresa escolherá um chefe para cada uma de suas repartições A e B. Cada chefe deve ser escolhido entre os funcionários das respectivas repartições e não devem ser ambos do mesmo sexo.
Abaixo é apresentado o quadro de funcionários das repartições A e B.

FUNCIONÁRIOS	REPARTIÇÕES	
	A	B
Mulheres	4	7
Homens	6	3

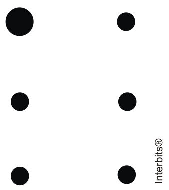
De quantas maneiras é possível ocupar esses dois cargos?
a) 12.
b) 24.
c) 42.
d) 54.
e) 72.

12. (Enem 2004) No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.

O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é
a) 6.
b) 7.
c) 8.
d) 9.
e) 10.

13. (Enem 2005) A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caractere é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais.

Por exemplo, a letra A é representada por



O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é

a) 12.
b) 31.
c) 36.
d) 63.
e) 720.

14. (Enem 2012) O *designer* português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses símbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados: o que simboliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem ser associados aos símbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras.

De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?

a) 14
b) 18
c) 20
d) 21
e) 23

15. (Enem 2015) Numa cidade, cinco escolas de samba (I, II, III, IV e V) participaram do desfile de Carnaval. Quatro quesitos são julgados, cada um por dois jurados, que podem atribuir somente uma dentre as notas 6, 7, 8, 9 ou 10. A campeã será a escola que obtiver mais pontuação na soma de todas as notas emitidas. Em caso de empate, a campeã será a que alcançar a maior soma das notas atribuídas pelos jurados no quesito Enredo e Harmonia. A tabela mostra as notas do desfile desse ano no momento em que faltava somente a divulgação das notas do jurado B no quesito Bateria.

Quesitos	**1. Fantasia e Alegoria**		**2. Evolução e Conjunto**		**3. Enredo e Harmonia**		**4. Bateria**		**Total**
Jurado	A	B	A	B	A	B	A	B	
Escola I	6	7	8	8	9	9	8		55
Escola II	9	8	10	9	10	10	10		66
Escola III	8	8	7	8	6	7	6		50
Escola IV	9	10	10	10	9	10	10		68
Escola V	8	7	9	8	6	8	8		54

Quantas configurações distintas das notas a serem atribuídas pelo jurado B no quesito Bateria tornariam campeã a Escola II?

a) 21 b) 90 c) 750 d) 1.250 e) 3.125

16. (Pucsp 2015) No vestiário de uma Academia de Ginástica há exatamente 30 armários, cada qual para uso individual. Se, no instante em que dois alunos dessa Academia entram no vestiário para mudar suas roupas, apenas 8 dos armários estão desocupados, quantas opções eles terão para escolher seus respectivos armários?

a) 14
b) 28
c) 48
d) 56
e) 112

17. (Pucrj 2015) A quantidade de anagramas da palavra CONCURSO é:

a) 2520
b) 5040
c) 10080
d) 20160
e) 40320

18. (Upe 2015) A vendedora de roupas está arrumando os cabides da vitrine de uma loja. Ela deve pendurar 5 camisas, 3 bermudas e 2 casacos na vitrine, de modo que cada peça fique uma do lado da outra sem sobreposição.

Quantas são as disposições possíveis nessa arrumação, de modo que as peças de um mesmo tipo fiquem sempre juntas, lado a lado na vitrine?

a) 30
b) 120
c) 1.440
d) 4.320
e) 8.640

19. (Uerj 2015) Uma criança ganhou seis picolés de três sabores diferentes: baunilha, morango e chocolate, representados, respectivamente, pelas letras B, M e C. De segunda a sábado, a criança consome um único picolé por dia, formando uma sequência de consumo dos sabores. Observe estas sequências, que correspondem a diferentes modos de consumo:

$$(B, B, M, C, M, C) \quad \text{ou} \quad (B, M, M, C, B, C)$$
$$\text{ou} \quad (C, M, M, B, B, C)$$

O número total de modos distintos de consumir os picolés equivale a:
a) 6
b) 90
c) 180
d) 720

20. (G1 - ifce 2014) O número de anagramas da palavra TAXISTA, que começam com a letra X, é
a) 180.
b) 240.
c) 720.
d) 5040.
e) 10080.

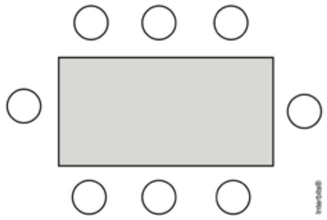
21. (Fgv 2014) Uma senha de internet é constituída de seis letras e quatro algarismos em que a ordem é levada em consideração. Eis uma senha possível: (a, a, b, 7, 7, b, a, 7, a, 7).

Quantas senhas diferentes podem ser formadas com quatro letras “a”, duas letras “b” e quatro algarismos iguais a 7?
a) 10!
b) 2 520
c) 3 150
d) 6 300
e) $\dfrac{10!}{4!6!}$

22. (Mackenzie 2014) Cinco casais resolvem ir ao teatro e compram os ingressos para ocuparem todas as 10 poltronas de uma determinada fileira. O número de maneiras que essas 10 pessoas podem se acomodar nas 10 poltronas, se um dos casais brigou, e eles não podem se sentar lado a lado é
a) $9 \cdot (9!)$
b) $8 \cdot (9!)$
c) $8 \cdot (8!)$
d) $\dfrac{10!}{2}$
e) $\dfrac{10!}{4}$

23. (Pucrs 2014) O número de anagramas da palavra BRASIL em que as vogais ficam lado a lado, e as consoantes também, é
a) 24
b) 48
c) 96
d) 240
e) 720

24. (Upe 2013) Oito amigos entraram em um restaurante para jantar e sentaram-se numa mesa retangular, com oito lugares, como mostra a figura a seguir:



Dentre todas as configurações possíveis, quantas são as possibilidades de dois desses amigos, Amaro e Danilo, ficarem sentados em frente um do outro?
a) 1 440
b) 1 920
c) 2 016
d) 4 032
e) 5 760

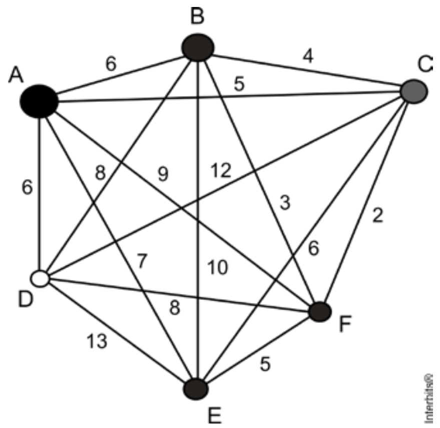
25. (Espcex (Aman) 2012) Se todos os anagramas da palavra ESPCEX forem colocados em ordem alfabética, a palavra ESPCEX ocupará, nessa ordenação, a posição
a) 144
b) 145
c) 206
d) 214
e) 215

26. (Unioeste 2012) Quantas palavras podemos formar, independente se tenham sentido ou não, com as 9 letras da palavra BORBOLETA?
a) 81 440.
b) 90 720.
c) 362 880.
d) 358 140.
e) 181 440.

27. (Uespi 2012) De quantas maneiras podemos enfileirar 5 mulheres e 3 homens de tal modo que os 3 homens permaneçam juntos?
a) 8!
b) 6!
c) 6!3!
d) 7!
e) 9!

28. (Enem 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares.
Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75.913 é
a) 24.
b) 31.
c) 32.
d) 88.
e) 89.

29. (Enem 2010) João mora na cidade A e precisa visitar cinco clientes, localizados em cidades diferentes da sua. Cada trajeto possível pode ser representado por uma sequência de 7 letras. Por exemplo, o trajeto ABCDEFA, informa que ele saíra da cidade A, visitando as cidades B, C, D, E e F nesta ordem, voltando para a cidade A. Além disso, o número indicado entre as letras informa o custo do deslocamento entre as cidades. A figura mostra o custo de deslocamento entre cada uma das cidades.



Como João quer economizar, ele precisa determinar qual o trajeto de menor custo para visitar os cinco clientes.
Examinando a figura, percebe que precisa considerar somente parte das sequências, pois os trajetos ABCDEFA e AFEDCBA têm o mesmo custo. Ele gasta 1 min30s para examinar uma sequência e descartar sua simétrica, conforme apresentado.
O tempo mínimo necessário para João verificar todas as sequências possíveis no problema é de
a) 60 min.
b) 90 min.
c) 120 min.
d) 180 min.
e) 360 min.

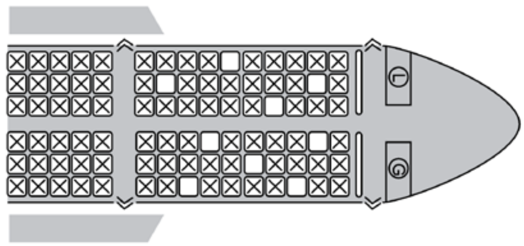
30. (G1 - cftmg 2008) Uma Van tem 4 filas de bancos de 3 lugares cada, sendo um deles destinado ao motorista. Dos 11 passageiros embarcados, 2 são namorados e vão assentar-se juntos. Considerando que nenhum deles vai dirigir o veículo, o número de maneiras diferentes para esses passageiros se assentarem é
a) 11!
b) 2 . (11!)
c) 7 . (9!)
d) 14 . (9!)

31. (Fgv 2003) De quantas formas podemos permutar as letras da palavra ELOGIAR de modo que as letras A e R fiquem juntas em qualquer ordem?
a) 360
b) 720
c) 1080
d) 1440
e) 1800

32. (Ita 1998) O número de anagramas da palavra VESTIBULANDO, que não apresentam as cinco vogais juntas, é:
a) 12!
b) (8!) (5!)
c) 12! - (8!) (5!)
d) 12! - 8!
e) 12! - (7!) (5!)

33. (Fatec 1995) Seis pessoas, entre elas João e Pedro, vão ao cinema. Existem seis lugares vagos, alinhados e consecutivos. O número de maneiras distintas como as seis podem sentar-se sem que João e Pedro fiquem juntos é
a) 720
b) 600
c) 480
d) 240
e) 120

34. (Enem 2015) Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o *site* de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo *site* as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.



Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por
a) $\dfrac{9!}{2!}$
b) $\dfrac{9!}{7! \times 2!}$
c) $7!$
d) $\dfrac{5!}{2!} \times 4!$
e) $\dfrac{5!}{4!} \times \dfrac{4!}{3!}$

35. (Uemg 2015) Observe a tirinha abaixo:

Copyright ©1999 Mauricio de Sousa Produções Ltda. Todos os direitos reservados.

Passando por uma sorveteria, Magali resolve parar e pedir uma casquinha. Na sorveteria, há 6 sabores diferentes de sorvete e 3 é o número máximo de bolas por casquinha, sendo sempre uma de cada sabor.
O número de formas diferentes com que Magali poderá pedir essa casquinha é igual a
a) 20.
b) 41.
c) 120.
d) 35.

36. (Uece 2015) A turma K do Curso de Administração da UECE é formada por 36 alunos, sendo 22 mulheres e 14 homens. O número de comissões que podem ser formadas com alunos desta turma, tendo cada comissão três componentes e sendo assegurada a participação de representantes dos dois sexos em cada comissão, é
a) 5236.
b) 6532.
c) 3562.
d) 2635.

37. (Uemg 2014) Na Copa das Confederações de 2013, no Brasil, onde a seleção brasileira foi campeã, o técnico Luiz Felipe Scolari tinha à sua disposição 23 jogadores de várias posições, sendo: 3 goleiros, 8 defensores, 6 meio-campistas e 6 atacantes. Para formar seu time, com 11 jogadores, o técnico utiliza 1 goleiro , 4 defensores , 3 meio-campistas e 3 atacantes. Tendo sempre Júlio César como goleiro e Fred como atacante, o número de times distintos que o técnico poderá formar é
a) 14 000.
b) 480.
c) 8! + 4!
d) 72 000.

38. (Insper 2014) Um dirigente sugeriu a criação de um torneio de futebol chamado Copa dos Campeões, disputado apenas pelos oito países que já foram campeões mundiais: os três sul-americanos (Uruguai, Brasil e Argentina) e os cinco europeus (Itália, Alemanha, Inglaterra, França e Espanha). As oito seleções seriam divididas em dois grupos de quatro, sendo os jogos do grupo A disputados no Rio de Janeiro e os do grupo B em São Paulo. Considerando os integrantes de cada grupo e as cidades onde serão realizados os jogos, o número de maneiras diferentes de dividir as oito seleções de modo que as três sul-americanas não fiquem no mesmo grupo é
a) 140.
b) 120.
c) 70.
d) 60.
e) 40.

39. (Uece 2014) Sejam r e s duas retas distintas e paralelas.
Se fixarmos 10 pontos em r e 6 pontos em s, todos distintos, ao unirmos, com segmentos de reta, três quaisquer destes pontos não colineares, formam-se triângulos. Assinale a opção correspondente ao número de triângulos que podem ser formados.
a) 360
b) 380
c) 400
d) 420

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
Potencialmente, os portos da região Norte podem ser os canais de escoamento para toda a produção de grãos que ocorre acima do paralelo 16 Sul, onde estão situados gigantes do agronegócio. Investimentos em logística e a construção de novos terminais portuários privados irão aumentar consideravelmente o número de toneladas de grãos embarcados anualmente.

40. (Uea 2014) Para embarques durante a safra de grãos, seis navios diferentes devem ser distribuídos entre dois portos, de modo que cada porto receba três navios. O número de formas diferentes de se fazer isso é
a) 6.
b) 20.
c) 9.
d) 12.
e) 18.

41. (Ufsm 2013) As doenças cardiovasculares aparecem em primeiro lugar entre as causas de morte no Brasil. As cirurgias cardíacas são alternativas bastante eficazes no tratamento dessas doenças.
Supõe-se que um hospital dispõe de 5 médicos cardiologistas, 2 médicos anestesistas e 6 instrumentadores que fazem parte do grupo de profissionais habilitados para realizar cirurgias cardíacas.
Quantas equipes diferentes podem ser formadas com 3 cardiologistas, 1 anestesista e 4 instrumentadores?
a) 200.
b) 300.
c) 600.
d) 720.
e) 1.200.

42. (Mackenzie 2013) Uma faculdade possui 11 professores titulares, dos quais 7 são homens e 4, mulheres. O número de bancas distintas de avaliação que podem ser formadas, contendo cada uma apenas 3 homens e 3 mulheres é
a) 4
b) 70
c) 80
d) 140
e) 180

43. (Pucrs 2013) Para a escolha de um júri popular formado por 21 pessoas, o juiz-presidente de uma determinada Comarca dispõe de uma listagem com nomes de trinta homens e de vinte mulheres. O número de possibilidades de formar um júri popular composto por exatamente 15 homens é
a) $C_{30}^{15} \cdot C_{20}^{6}$
b) $A_{30}^{15} \cdot A_{20}^{6}$
c) $C_{30}^{15} + C_{20}^{6}$
d) $A_{30}^{15} + A_{20}^{6}$
e) C_{50}^{21}

44. (Pucrj 2013) Em uma sorveteria, há sorvetes nos sabores morango, chocolate, creme e flocos.
De quantas maneiras podemos montar uma casquinha, com dois sabores diferentes, nessa sorveteria?
a) 6 maneiras
b) 7 maneiras
c) 8 maneiras
d) 9 maneiras
e) 10 maneiras

45. (Pucrj 2013) Em uma sorveteria há sorvetes nos sabores morango, chocolate, creme e flocos.
De quantas maneiras podemos montar uma casquinha com duas bolas nessa sorveteria?
a) 10 maneiras
b) 9 maneiras
c) 8 maneiras
d) 7 maneiras
e) 6 maneiras

46. (Enem 2013) Considere o seguinte jogo de apostas:
Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela.
O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (R$)
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

Cinco apostadores, cada um com R$500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:
✓ Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
✓ Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
✓ Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
✓ Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
✓ Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.

Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são
a) Caio e Eduardo.
b) Arthur e Eduardo.
c) Bruno e Caio.
d) Arthur e Bruno.
e) Douglas e Eduardo.

47. (Upe 2013) Em uma turma de um curso de espanhol, três pessoas pretendem fazer intercâmbio no Chile, e sete na Espanha. Dentre essas dez pessoas, foram escolhidas duas para uma entrevista que sorteará bolsas de estudo no exterior. A probabilidade de essas duas pessoas escolhidas pertencerem ao grupo das que pretendem fazer intercâmbio no Chile é
a) 1/5
b) 1/15
c) 1/45
d) 3/10
e) 3/7

48. (Enem 2007) Estima-se que haja, no Acre, 209 espécies de mamíferos, distribuídas conforme a tabela a seguir.

grupos taxonômicos	número de espécies
Artiodáctilos	4
Carnívoros	18
Cetáceos	2
Quirópteros	103
Lagomorfos	1
Marsupiais	16
Perissodáctilos	1
Primatas	20
Roedores	33
Sirênios	1
Edentados	10
Total	209

T & C Amazônia, ano 1, n.º 3, dez./2003.

Deseja-se realizar um estudo comparativo entre três dessas espécies de mamíferos - uma do grupo Cetáceos, outra do grupo Primatas e a terceira do grupo Roedores.
O número de conjuntos distintos que podem ser formados com essas espécies para esse estudo é igual a
a) 1.320.
b) 2.090.
c) 5.845.
d) 6.600.
e) 7.245.

49. (Enem 2009) A população brasileira sabe, pelo menos intuitivamente, que a probabilidade de acertar as seis dezenas da mega sena não é zero, mas é quase.
Mesmo assim, milhões de pessoas são atraídas por essa loteria, especialmente quando o prêmio se acumula em valores altos. Até junho de 2009, cada aposta de seis dezenas, pertencentes ao conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}, custava R$ 1,50.
Considere que uma pessoa decida apostar exatamente R$ 126,00 e que esteja mais interessada em acertar apenas cinco das seis dezenas da mega sena, justamente pela dificuldade desta última. Nesse caso, é melhor que essa pessoa faça 84 apostas de seis dezenas diferentes, que não tenham cinco números em comum, do que uma única aposta com nove dezenas, porque a probabilidade de acertar a quina no segundo caso em relação ao primeiro é, aproximadamente,
a) $1\frac{1}{2}$ vez menor.
b) $2\frac{1}{2}$ vezes menor.
c) 4 vezes menor.
d) 9 vezes menor.
e) 14 vezes menor.

50. (Enem 2009) Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.
A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de
a) uma combinação e um arranjo, respectivamente.
b) um arranjo e uma combinação, respectivamente.
c) um arranjo e uma permutação, respectivamente.
d) duas combinações.
e) dois arranjos.

GABARITO:

Resposta da questão 1: [B]
Para cada uma das 3 coleiras existem 7 roupas. Portanto, o número de maneiras diferentes de se passear com Kika é $3 \cdot 7 = 21$.

Resposta da questão 2: [D]
Pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

Resposta da questão 3: [D]
Supondo que todos aparecerão na foto lado a lado, temos 2 possibilidades para os avós e $P_8 = 8! = 40320$ possibilidades para os netos. Portanto, pelo Princípio Fundamental da Contagem, existem $2 \cdot 40320 = 80640$ maneiras distintas de fazer a foto.

Resposta da questão 4: [B]
Considere 16 posições consecutivas de uma fila, em que as posições de ordem ímpar serão ocupadas pelos 8 filmes de ação, as 5 primeiras posições de ordem par serão ocupadas pelos filmes de comédia, e as 3 últimas posições de ordem par serão ocupadas pelos filmes de drama. Daí, os filmes de ação podem ser dispostos de $P_8 = 8!$ modos, os de comédia de $P_5 = 5!$ maneiras e os de drama de $P_3 = 3!$ possibilidades. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue-se que o resultado é $8! \times 5! \times 3!$.

Resposta da questão 5: [A]
Supondo que serão utilizadas apenas as vogais a, e, i, o e u, segue-se, pelo Princípio Multiplicativo, que a resposta é $10 \cdot 10 = 100$.
Observação: *Considerando o acordo ortográfico de 2009, a questão não teria resposta.*

Resposta da questão 6: [A]
Sabendo que cada letra maiúscula difere da sua correspondente minúscula, há $2 \cdot 26 + 10 = 62$ possibilidades para cada dígito da senha. Logo, pelo Princípio Fundamental da Contagem, segue-se que existem 62^6 senhas possíveis de seis dígitos.
Analogamente, no sistema antigo existiam 10^6 senhas possíveis de seis dígitos.
Em consequência, a razão pedida é $\dfrac{62^6}{10^6}$.

Resposta da questão 7: [A]
Total de placas possíveis no modelo em estudo: $26^4 \cdot 10^3$
Total de placas possíveis no modelo atual: $26^3 \cdot 10^4$
Razão entre os dois valores: $\dfrac{26^4.10^3}{26^3.10^4} = 2,6.$

Portanto, o aumento será de 2,6 – 1 = 1,6 (160%), ou seja, menos que o dobro.

Resposta da questão 8: [B]
Há 3 escolhas para a cor da pedra que ficará no vértice A. Além disso, podem ocorrer dois casos em relação às pedras que ficarão nos vértices B e D: (i) as cores das pedras em B e D são iguais; (ii) as cores das pedras em B e D são distintas.
Portanto, as configurações possíveis são: $(A, B, C, D) = (3, 1, 2, 1)$ e $(A, B, C, D) = (3, 2, 1, 1)$, o que corresponde a $3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 12$ joias distintas.

Resposta da questão 9: [E]
Aplicando o princípio fundamental da contagem, temos: 4.5.8.6 = 960.

Resposta da questão 10: [A]
Pelo PFC, existem $5 \cdot 6 \cdot 9 = 270$ respostas possíveis. Portanto, o diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há $280 - 270 = 10$ alunos a mais do que o número de respostas possíveis.

Resposta da questão 11: [D]
Existem 4 maneiras de escolher uma mulher da repartição A, e 3 maneiras de escolher um homem da repartição B. Logo, pelo PFC, existem $4 \cdot 3 = 12$ modos de escolher uma mulher da repartição A e um homem da repartição B.
Por outro lado, existem 6 maneiras de escolher um homem da repartição A, e 7 maneiras de escolher uma mulher da repartição B. Assim, existem $6 \cdot 7 = 42$ modos de escolher um homem da repartição A e uma mulher da repartição B.
Por conseguinte, é possível ocupar os dois cargos de $12 + 42 = 54$ maneiras.

Resposta da questão 12: [B]
Se o fundo for azul, teremos 2 escolhas para a casa e 2 escolhas para a palmeira. Se o fundo for cinza, teremos 3 escolhas para a casa e 1 escolha para a palmeira.
Portanto, existem $2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 7$ variações possíveis.

Resposta da questão 13: [D]
Cada ponto pode ou não se destacar em relação aos demais. Logo, pelo Princípio Fundamental da contagem, há
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$
conjuntos possíveis, sendo que em um deles nenhum dos pontos se destaca em relação aos demais. Portanto, o número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é $64 - 1 = 63$.

Resposta da questão 14: [C]
Cores primárias: 3 (vermelho, amarelo e azul).
Cores secundárias: 3 (verde, (amarelo e azul), violeta (azul e vermelho) e laranja (amarelo e vermelho))
Cada uma dessas cores terá três tonalidades (normal, clara e escura).
Preto e branco: 2.
Portanto, o total de cores será 3.(3 + 3) + 2 = 20.

Resposta da questão 15: [C]
Observando a diferença entre a pontuação total da Escola II e a das outras escolas, tem-se que a Escola II será campeã quaisquer que sejam as notas das Escolas I, III e V. Logo, em relação a essas escolas, há 5 notas favoráveis para cada uma.
Por outro lado, como a Escola II vence a Escola IV em caso de empate, e tendo a Escola IV uma vantagem de dois pontos em relação à Escola II, a última será campeã nos seguintes casos:
6 para a Escola IV e $8, 9$ ou 10 para a Escola II;
7 para a Escola IV e 9 ou 10 para a Escola II;
8 para a Escola IV e 10 para a Escola II.
Em consequência, a resposta é $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 + 1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 750$.

Resposta da questão 16: [D]
O número de opções que eles terão para escolher seus respectivos armários é igual ao arranjo de
8 armários 2 a 2. Ou seja:

$$A_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 8 \cdot 7 = 56$$

Resposta da questão 17: [C]
A palavra CONCURSO possui 8 letras, sendo que as letras C e O aparecem duas vezes cada. Para determinar o número de anagramas desta palavra deveremos usar permutação com repetição.

$$P_8^{2,2} = \frac{8!}{2! \cdot 2!} = 10080$$

Resposta da questão 18: [E]
Supondo que as peças de um mesmo grupo (camisas, bermudas e casacos) sejam distinguíveis, há $P_5 = 5! = 120$ maneiras de arrumar as camisas, $P_3 = 3! = 6$ modos de arrumar as bermudas e $P_2 = 2!$ maneiras de arrumar os casacos. Além disso, ainda podemos arrumar os 3 grupos de $P_3 = 3! = 6$ modos.
Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que o resultado pedido é $120 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 = 8640$.

Resposta da questão 19: [B]
Sabendo que a criança ganhou dois picolés de cada sabor, tem-se que o resultado pedido é dado por

$$P_6^{(2,\,2,\,2)} = \frac{6!}{2!\cdot 2!\cdot 2!} = 90.$$

Resposta da questão 20: [A]
A primeira letra X será fixa e as outras seis sofrerão permutação com repetição, pois temos duas letras A e duas letras T.

$$P_6^{2,2}\,\frac{6!}{2!\cdot 2!} = 180$$

Resposta da questão 21: [C]
O resultado é dado por

$$P_{10}^{(4,\,2,\,4)} = \frac{10!}{4!\cdot 2!\cdot 4!} = 3150.$$

Resposta da questão 22: [B]
As 10 pessoas podem se sentar de $P_{10} = 10!$ maneiras. Por outro lado, o casal que está brigado pode se sentar lado a lado de $P_9 \cdot P_2 = 2\cdot 9!$ modos. Em consequência, o resultado pedido é $10! - 2\cdot 9! = 10\cdot 9! - 2\cdot 9! = 8\cdot 9!.$

Resposta da questão 23: [C]
Considerando dois grupos, o das vogais com dois elementos e o das consoantes com 4 elementos, temos três permutações, a permutação dos grupos e as permutações dos elementos em cada grupo. Portanto, o número de anagramas da palavra BRASIL em que as vogais ficam lado a lado e as consoantes também será dado por:

$$2!\cdot 4!\cdot 2! = 96.$$

Resposta da questão 24: [E]
Existem 4 escolhas para os acentos em que sentarão Amaro e Danilo. Definidos os assentos que eles ocuparão, ainda podemos permutá-los de 2 maneiras. Além disso, as outras seis pessoas podem ser dispostas de $6!$ maneiras.
Portanto, pelo Princípio Fundamental da Contagem, segue que o resultado pedido é

$$4\cdot 2\cdot 6! = 5.760.$$

Resposta da questão 25: [B]
Ordenando alfabeticamente os anagramas da palavra ESPCEX, obtemos:

i. $P_5^{(2)} = \frac{5!}{2!} = 60$ anagramas que começam pela letra C;

ii. $3\cdot P_4 = 3\cdot 4! = 72$ anagramas que começam por E, e cuja segunda letra é C, E ou P;

iii. $2\cdot P_3 = 2\cdot 3! = 12$ anagramas que começam por ES, e cuja terceira letra é C ou E.

Portanto, como ESPCEX é o próximo anagrama na ordem considerada, segue que a sua posição é $60 + 72 + 12 + 1 = 145.$

Resposta da questão 26: [B]
Calculando o número de anagramas da palavra BORBOLETA. (Observe que as letras O e B parecem duas vezes cada).

$$P_p^{2,2} = \frac{9!}{2!.2!} = \frac{9\cdot 8\cdot 7!}{4} = 18\cdot 5040 = 90720$$

Resposta da questão 27: [C]
Considerando os 3 homens como sendo uma única pessoa, teríamos a permutação de 6 pessoas. Além disso, ainda podemos permutar os 3 homens entre si. Portanto, o resultado pedido é dado por $P_6 \cdot P_3 = 6!\cdot 3!$

Resposta da questão 28: [E]
Começando com 1: 4! = 24
Começando com 3: 4! = 24
Começando com 5: 4! = 24
Começando com 71: 3! = 6
Começando com 73: 3! = 6
Começando com 751: 2! = 2
Começando com 753: 2! = 2
O próximo será 75913
Logo, 24 + 24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 + 1 = 89 (octogésima nona posição).

Resposta da questão 29: [B]
5! = 120 sequências possíveis para se visitar as 5 cidades. Desconsiderando as simétricas, termos 60 sequências para visitar, logo o tempo necessário será de 1,5. 60 = 90 minutos.

Resposta da questão 30: [D]
Resposta da questão 31: [D]
Resposta da questão 32: [C]
Resposta da questão 33: [C]
Resposta da questão 34: [A]
O resultado pedido corresponde ao número de arranjos simples de 9 objetos tomados 7 a 7, isto é, $A_{9,\,7} = \frac{9!}{2!}.$

Resposta da questão 35: [B]
Como uma casquinha pode ter no máximo 3 bolas e os sabores devem ser distintos, segue-se que o resultado pedido é dado por

$$\begin{aligned}\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3} &= 6+\frac{6!}{2!\cdot 4!}+\frac{6!}{3!\cdot 3!} \\ &= 6+15+20 \\ &= 41.\end{aligned}$$

Resposta da questão 36: [A]
O número de comissões que podem ser formadas, independentemente do sexo de seus participantes, é $\binom{36}{3}=\frac{36!}{3!\cdot 33!}=7140.$ Desse total, devemos descontar o número de comissões cujos membros são todos homens, e o número de comissões cujos membros são todos mulheres.

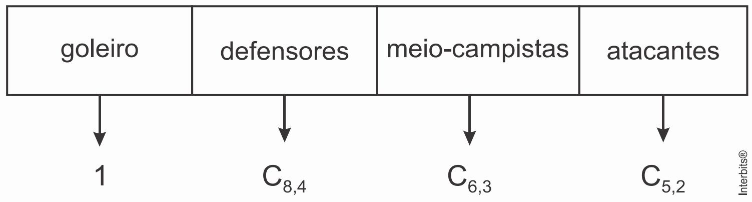
O número de comissões formadas exclusivamente por mulheres é igual a

$$\binom{22}{3}=\frac{22!}{3!\cdot 19!}=1540.$$

O número de comissões formadas apenas por homens é $\binom{14}{3}=\frac{14!}{3!\cdot 11!}=364.$

Portanto, o resultado pedido é igual a $7140-1540-364=5236.$

Resposta da questão 37: [A]



Logo, o número de times distintos é: $1\cdot 70\cdot 20\cdot 10=14000.$

Resposta da questão 38: [D]
Existem 2 maneiras de escolher o grupo que terá duas seleções sul-americanas, $\binom{3}{2}=3$ modos de escolher essas duas seleções, e $\binom{5}{2}=\frac{5!}{3!\cdot 2!}=10$ modos de escolher as duas seleções europeias que irão formar o grupo com as duas sul-americanas. Como o segundo grupo é determinado univocamente pelas escolhas do primeiro, segue-se que o resultado pedido, pelo Princípio Fundamental da Contagem, é $2\cdot 3\cdot 10=60.$

Resposta da questão 39: [D]
Número de combinações do total de pontos três a três: $C_{16,3}=\frac{16!}{3!(16-3)!}=560$

Número de combinações dos 10 pontos de uma reta três a três: $C_{10,3}=\frac{10!}{3!(10-3)!}=120$

Número de combinações dos 6 pontos da outra reta três a três: $C_{6,3}=\frac{6!}{3!(6-3)!}=20$

Portanto, o total de triângulos será dado por: $560-120-20=420.$

Resposta da questão 40: [B]

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = 20$$

Resposta da questão 41: [B]
O resultado pedido é dado por

$$\begin{aligned}\binom{5}{3}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{6}{4} &= \frac{5!}{3!\cdot 2!}\cdot 2\cdot\frac{6!}{4!\cdot 2!}\\ &= 20\cdot 15\\ &= 300.\end{aligned}$$

Resposta da questão 42: [D]

Maneiras distintas para a escolha de 3 homens: $C_{7,3} = \frac{7!}{3!\cdot 4!} = 35.$

Maneiras distintas para a escolha de 3 mulheres: $C_{43} = \frac{4!}{3!\cdot 1!} = 4.$

Total de bancas: 35.4 = 140.

Resposta da questão 43: [A]
Como o júri é formado por 21 pessoas, sendo que exatamente 15 delas são homens, segue-se que o número de mulheres nesse júri é igual a $21-15=6.$ Portanto, o resultado é dado por $\binom{30}{15}\cdot\binom{20}{6}.$

Resposta da questão 44: [A]
O número de maneiras possíveis de montar uma casquinha, com dois sabores distintos, sabendo que existem quatro sabores disponíveis, é dado por

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\cdot 2!} = 6.$$

Resposta da questão 45: [A]
O número de maneiras que podemos montar uma casquinha com duas bolas corresponde ao número de combinações completas de 4 sabores tomados 2 a 2, isto é,

$$CR_4^2 = C_{4+2-1}^2 = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\cdot 3!} = \frac{5\cdot 4}{2} = 10.$$

Resposta da questão 46: [A]
Supondo que duas cartelas de um mesmo jogador não possuem 6 dezenas iguais, segue-se que Arthur, Bruno, Caio, Douglas e Eduardo possuem, respectivamente, as seguintes possibilidades de serem premiados:

$$250;\ 41\cdot\binom{7}{6}+4=291;\ 12\cdot\binom{8}{6}+10=346;\ 4\cdot\binom{9}{6}=336 \text{ e } 2\cdot\binom{10}{6}=420.$$

Portanto, como o número de casos possíveis para o resultado do sorteio é o mesmo para todos, podemos concluir que Caio e Eduardo são os que têm as maiores probabilidades de serem premiados.

Resposta da questão 47: [B]

Existem $\binom{3}{2}=3$ modos de escolher duas pessoas dentre aquelas que pretendem fazer intercâmbio no Chile, e $\binom{10}{2}=\frac{10!}{2!\cdot 8!}=45$ maneiras de escolher duas pessoas quaisquer.

Logo, a probabilidade pedida é $\frac{3}{45}=\frac{1}{15}.$

Resposta da questão 48: [A]

Há $\binom{2}{1}=2$ modos de escolher um espécime do grupo Cetáceos, $\binom{20}{1}=20$ modos de escolher um espécime do grupo Primatas e $\binom{33}{1}=33$ modos de escolher um espécime do grupo Roedores.

Portanto, pelo $\text{PFC},$ podemos formar $2\cdot 20\cdot 33=1320$ conjuntos distintos.

Resposta da questão 49: [C]
Número de possibilidades de 84 apostas de seis dezenas diferentes. $84.C_{6,5} = 84. 6 = 504$
Número de possibilidades de se obter a quina com uma única aposta de 9 dezenas. C9,5 = 126
126 é a quarta parte de 504 logo a alternativa correta é a letra c.

Resposta da questão 50: [A]
Para o grupo A a ordem dos elementos não importa o que nos leva a pensar numa combinação.
Mas no jogo de abertura existe o time que jogará em sua caso, então temos um arranjo.
Logo a alternativa A é a correta.