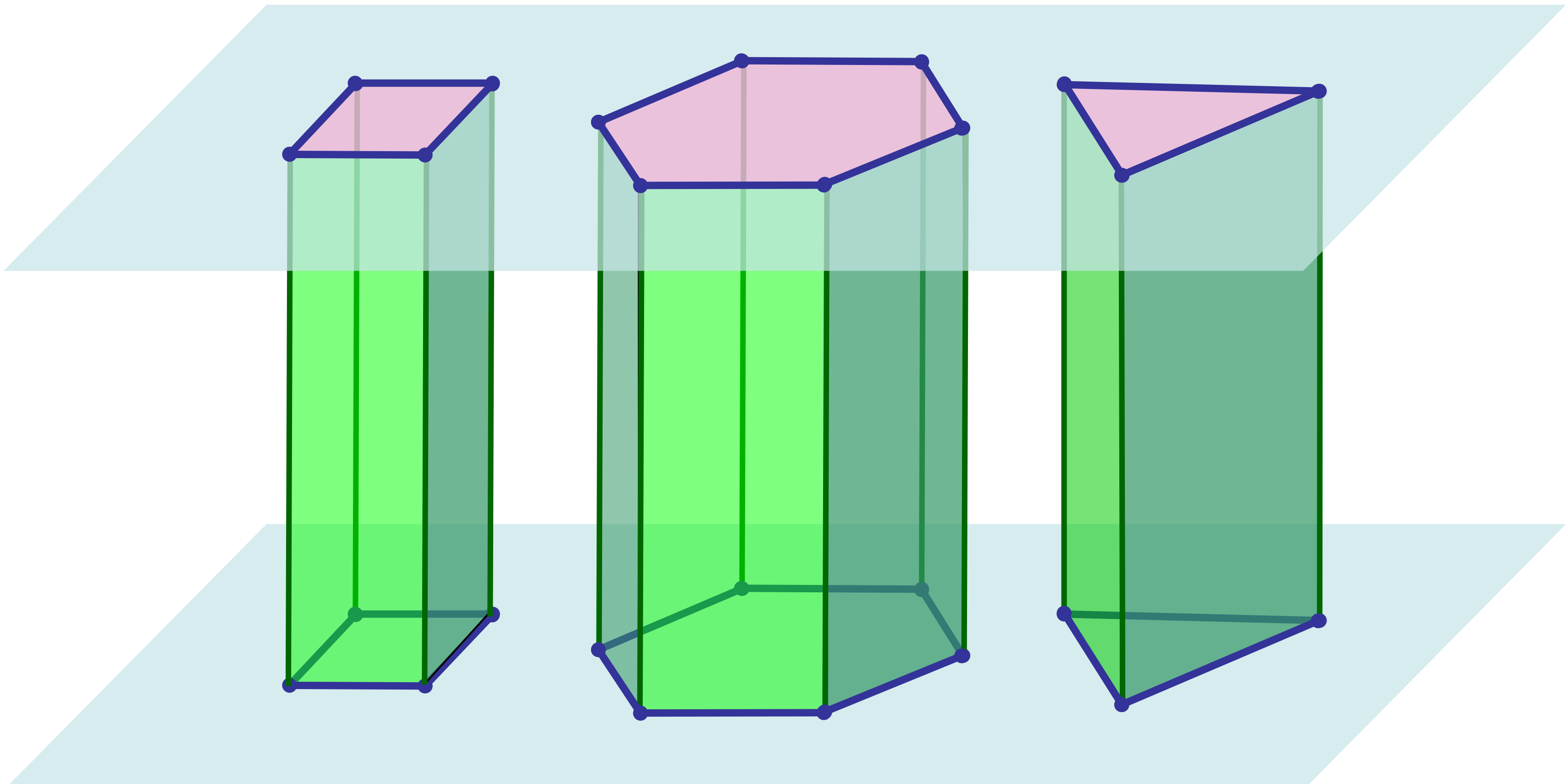
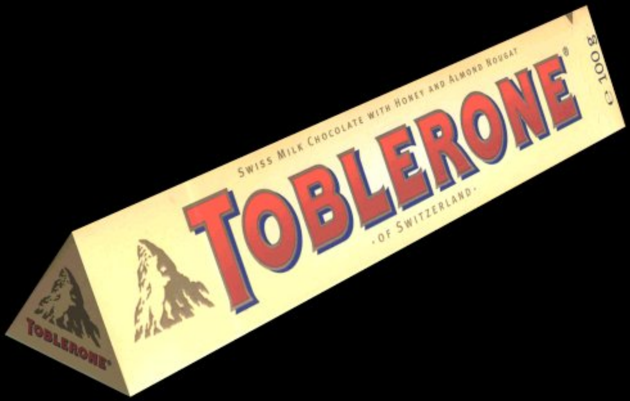
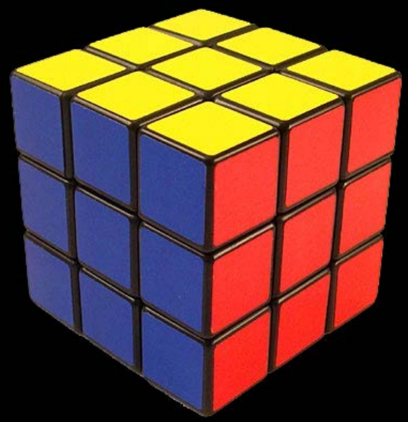
Prismas



PROFESSOR: JARBAS

O que você consegue observar de comum entre os sólidos abaixo?

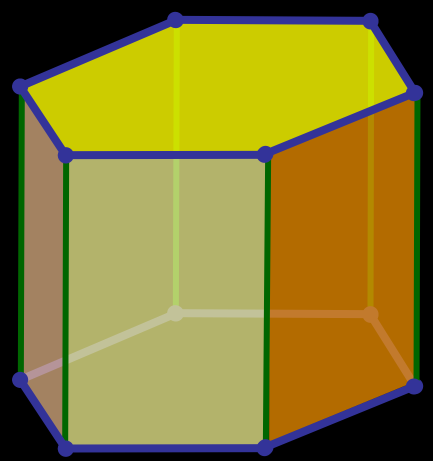




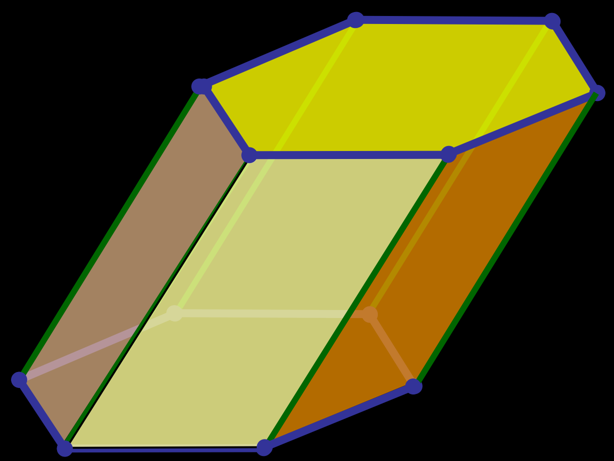
PRISMAS

É um sólido com bases paralelas poligonais iguais e paralelogramos como faces laterais.

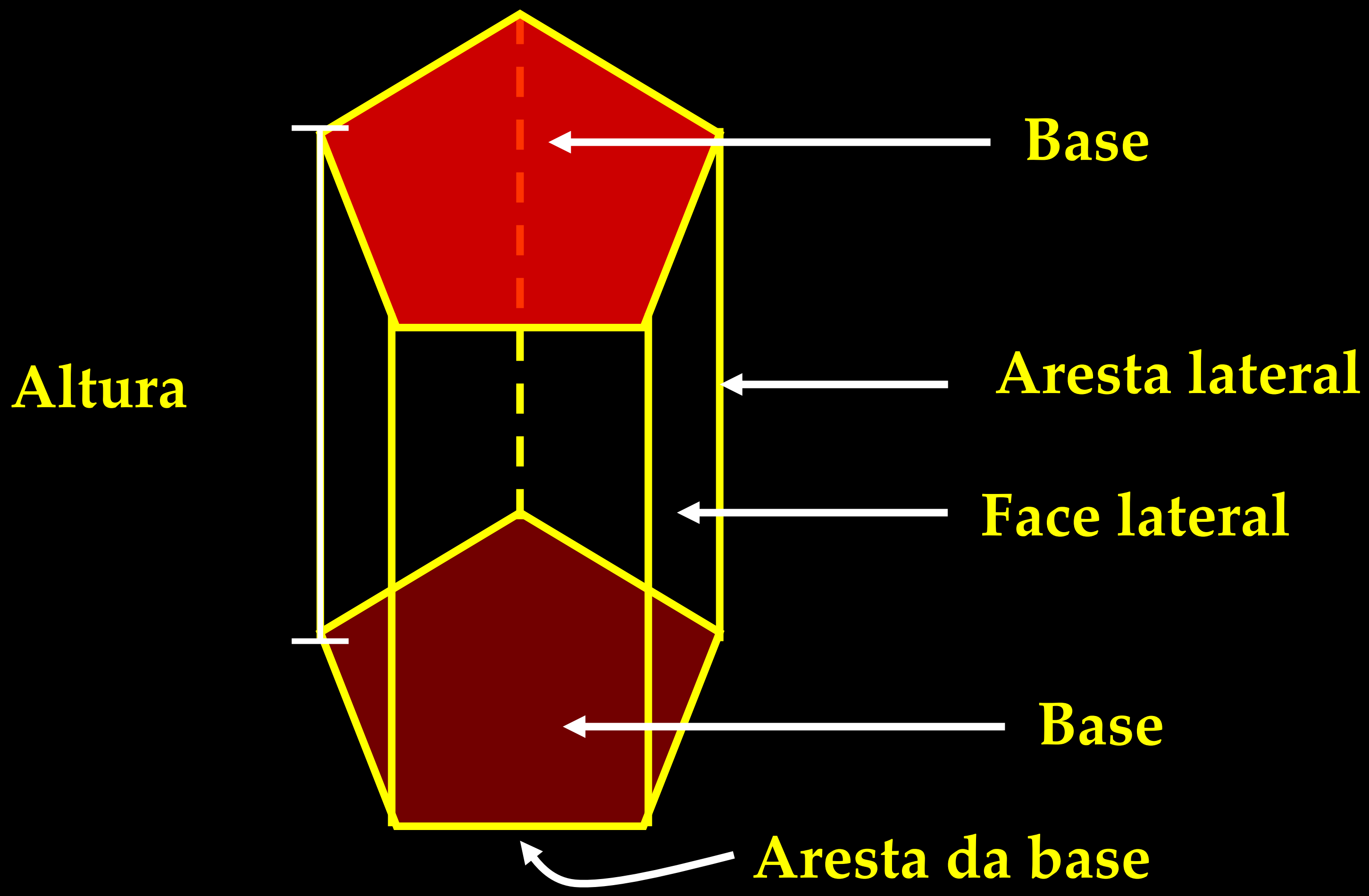
Prisma Reto



Prisma Oblíquo

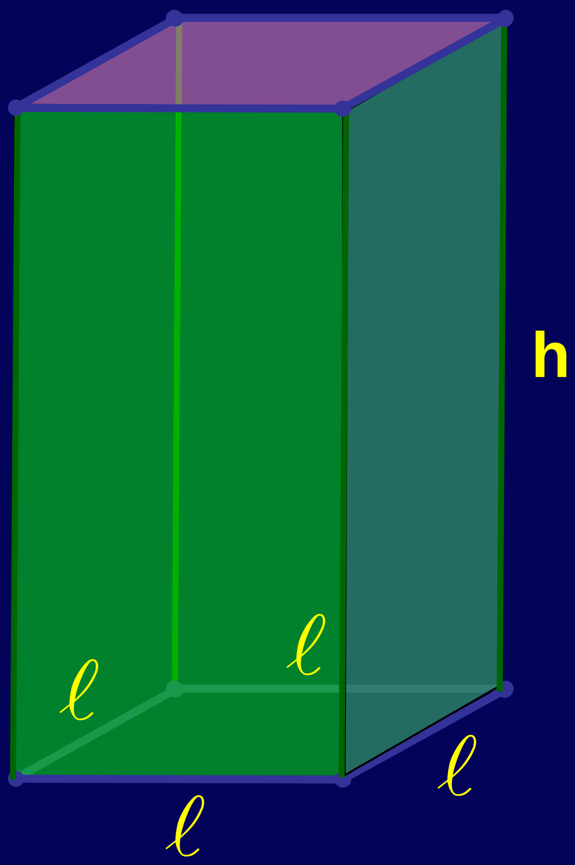


Elementos do Prisma



Prismas Regulares

Prisma Quadrangular Regular



Área da Base: $S_b = \ell^2$

Área da Lateral: $S_\ell = 4.\ell.h$

Área Total: $S_t = S_\ell + 2.S_b$

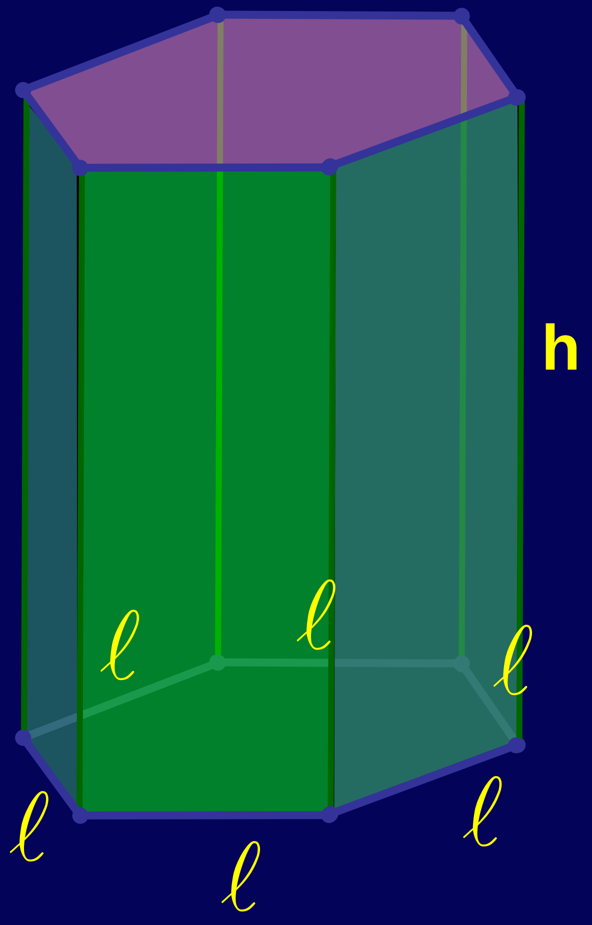
Prisma Triangular Regular

Área da Base: $S_b = \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$

Área da Lateral: $S_\ell = 3.\ell.h$

Área Total: $S_t = S_\ell + 2.S_b$

Prisma Hexagonal Regular



Área da Base: $S_b = \dfrac{6 \cdot \ell^2 \sqrt{3}}{4}$

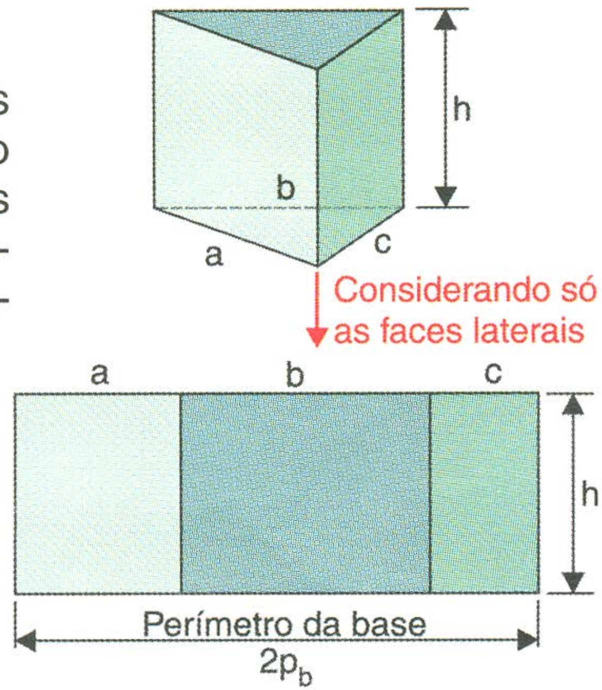
Área da Lateral: $S_\ell = 6 \cdot \ell \cdot h$

Área Total: $S_t = S_\ell + 2.S_b$

Área Lateral de um Prisma Reto

- Área lateral

É a soma das áreas das faces laterais. Como no caso de prismas retos as faces laterais são retângulos, o cálculo é imediato:



Sendo S_ℓ a área lateral, temos:

$$S_\ell = a \,.\, h + b \,.\, h + c \,.\, h$$

$$S_\ell = \underbrace{(a + b + c)}_{\text{perímetro da base}} \,.\, h$$

Volume do Prisma

Como este prisma também é um paralelepípedo, seu volume é:

$$V = a.b.c$$

$$V = \ell.\ell.h$$

$$V = \ell^2.h$$

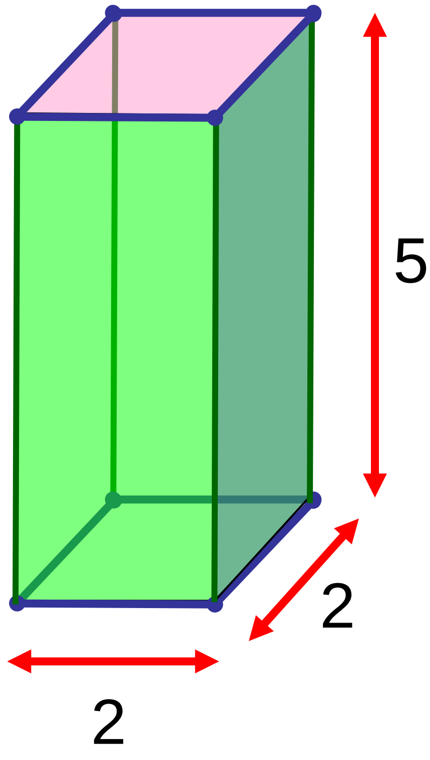
$$\boxed{V = S_b.h}$$

EXEMPLOS:

01. O volume de um prisma quadrangular regular, cujo lado da base é 2 cm e cuja altura é 5 cm, é:

a) $16\ cm^3$ b) $18\ cm^3$ c) $20\ cm^3$

d) $10\ cm^3$ e) $15\ cm^3$



$$V = Sb \cdot h$$

$$V = (2)\cdot(2)\cdot(5)$$

$$V = 20\ cm^3$$

02. Num prisma triangular regular, com altura de 4 m e a altura da base medindo $3\sqrt{3}$ m, o volume e a área total são, respectivamente, iguais a:

a) $36\sqrt{3}$ m³ e 72 m²

b) $36\sqrt{3}$ m³ e 90 m²

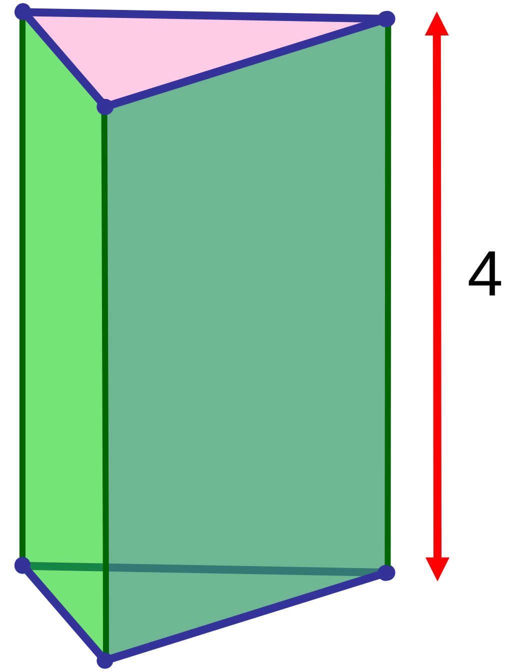
c) 36 m³ e 72 m²

d) $36\sqrt{3}$ m³ e $(72 + 18\sqrt{3})$ m²

e) $36\sqrt{3}$ m³ e 36 m²

$$S_{tot} = S_{lat} + 2S_b$$

$$S_{tot} = 72 + 18\sqrt{3}\,m^2$$



$$S_{lat} = (2p_b).h$$

$$S_{lat} = (18).4$$

$$S_{lat} = 72m^2$$

$$V = S_b.h$$

$$V = \left(\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}\right).h$$

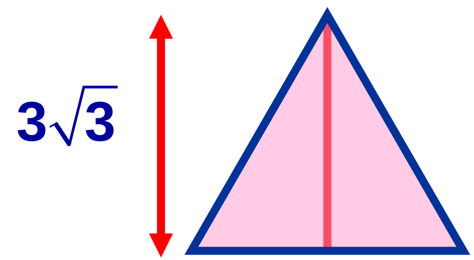
$$V = \left(\frac{6^2\sqrt{3}}{4}\right).4$$

$$V = 36\sqrt{3}\,m^3$$

$$S_b = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S_b = \frac{6^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S_b = 9\sqrt{3}\,m^2$$



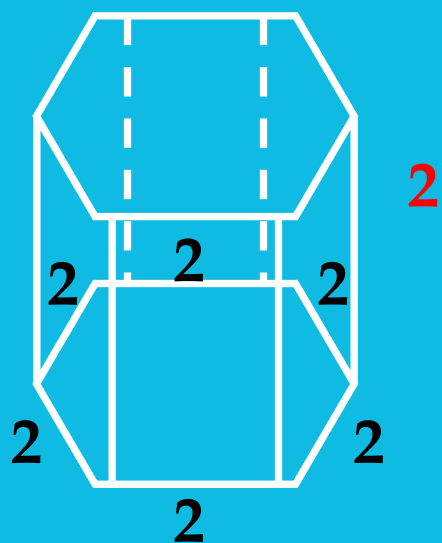
$$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

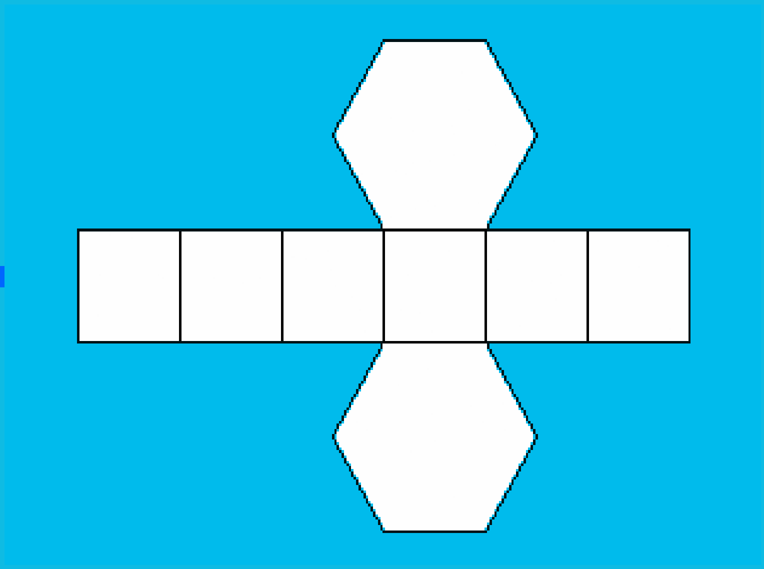
$$3\sqrt{3} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

$$6\sqrt{3} = \ell\sqrt{3}$$

$$\ell = 6$$

3) **Na figura abaixo está representada a planificação de um prisma hexagonal regular de altura igual à aresta da base. Se a altura do prisma é 2, seu volume é:**





$$V = S_b . h$$

$$V = 6\sqrt{3} . 2$$

$$V = 12\sqrt{3}$$

$$S_b = \frac{6 . \ell^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{6 . 2^2 \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$$

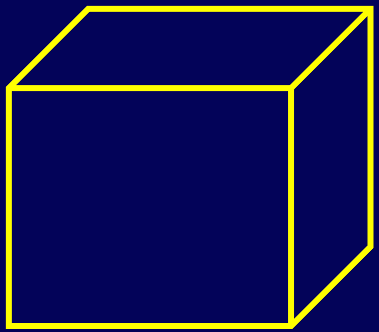
Prisma Notáveis

Dois prismas chamam a atenção por aparecer muito no nosso cotidiano.

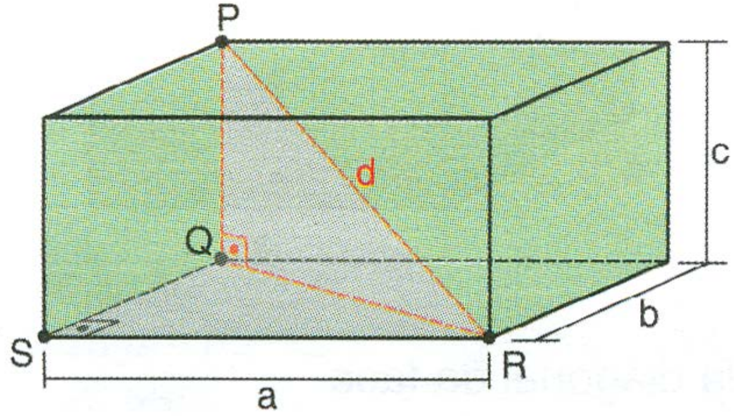
Os Paralelepípedos e os Cubos.

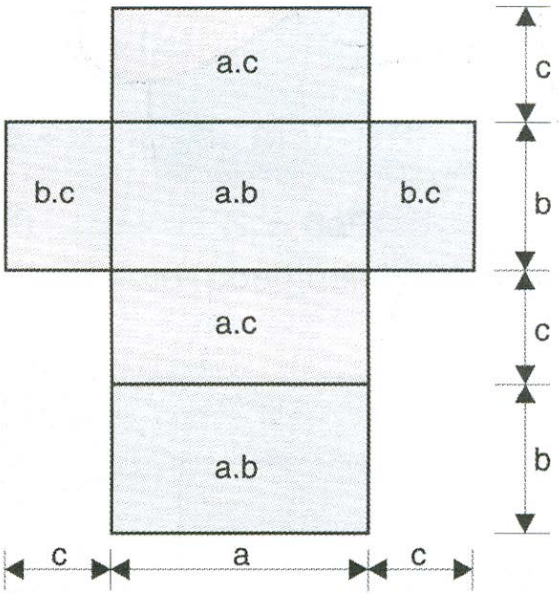
Paralelepípedos

Cubos



Paralelepípedo





Volume :

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Diagonal

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Assim, sendo S_t a área total,

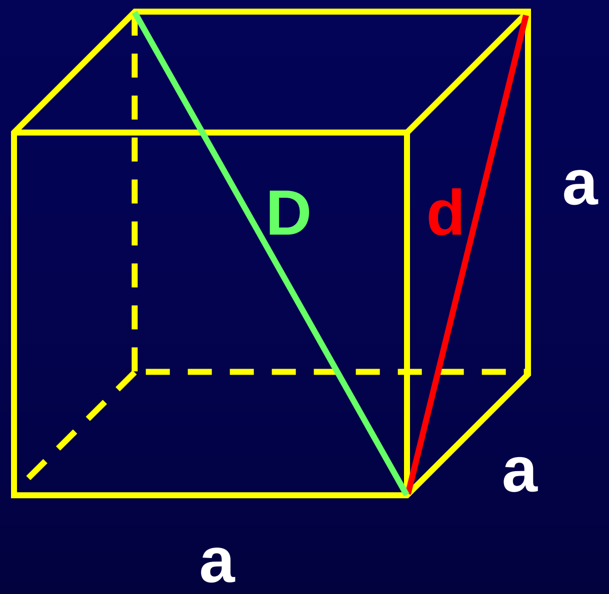
$$S_t = a\,.\,c + a.\,b + a\,.\,c + a.\,b + b\,.\,c + b\,.\,c$$

$$S_t = 2ab + 2ac + 2bc$$

Portanto,

$$\boxed{S_t = 2\,.\,(ab + ac + bc)}$$

Cubo



$$A_b = a \cdot a \Rightarrow \boxed{A_b = a^2}$$

$$\boxed{A_t = 6a^2}$$

$$V = a \cdot a \cdot a \Rightarrow \boxed{V = a^3}$$

$$\boxed{d = a\sqrt{2}}$$

$$D = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} \Rightarrow D = \sqrt{3a^2} \Rightarrow \boxed{D = a\sqrt{3}}$$

EXEMPLOS:

1) Na casa do Célio há uma Piscina (retangular)

A piscina tem 8m de comprimento por 6m de largura e sua profundidade é de 2m. Se a capacidade do caminhão pipa, que foi contratado para encher a piscina, é de 32000 litros, determine a quantidade de vezes que o caminhão vai até a casa de Célio para encher a piscina totalmente.

a) 3,2
b) 3
c) 4,6
d) 4
e) n.d.a.

SOLUÇÃO:

$1\ m^3 = 1000$ litros

1) Na casa do Célio há uma Piscina (retangular)

A piscina tem 8m de comprimento por 6m de largura e sua profundidade é de 2m. Se a capacidade do caminhão pipa, que foi contratado para encher a piscina, é de 30000 litros, determine a quantidade de vezes que o caminhão vai até a casa de Célio para encher a piscina totalmente.

a) 3,2
b) 3
c) 4,6
d) 4
e) n.d.a.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 8 \cdot 6 \cdot 2$$

$$V = 96m^3$$

$$V = 96000\, litros$$

$$Qdade = \frac{cap.\ piscina.}{c.\ pipa} \qquad Qdade = \frac{96000}{30000} \qquad Qdade = 3,2$$

2) A embalagem de um motor elétrico é uma caixa de madeira com formato de um cubo cujo volume mede 64 litros. A embalagem é reforçada por duas fitas de aço como mostra a figura abaixo. Qual o comprimento de fita necessária para reforçar cada caixa?

1 litro = 1000cm³

$$V = a^3$$

$$64000 = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{64000}$$

$$a = 40cm$$

cada fita tem :

$$\text{comp.} = 4 \times 40cm$$

$$\text{comp.} = 160cm$$

duas fitas :

$$2 \times 160cm$$

$$320cm$$

3. (UFSC) Um tanque, em forma de paralelepípedo, tem por base um retângulo de lados 0,50m e 1,20m. Uma pedra, ao afundar completamente no tanque, faz o nível da água subir 0,01m. Então, o volume da pedra, em decímetros cúbicos, é:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = (0,5) \cdot (1,2) \cdot (0,01)$$

$$V = 0,006 m^3$$

$$V = 6\ dm^3$$