

MATEMÁTICA

Prof. Pedro

CONTEÚDO: Trigonometria.

Catetos e Hipotenusa

Em um triângulo, chamamos o lado oposto ao ângulo reto de **hipotenusa**, e os lados adjacentes de **catetos**.

Seno:

Seno de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

$$\text{Seno} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Cosseno:

Cosseno de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

$$\text{Cosseno} = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Tangente:

Tangente de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto e a medida do cateto adjacente a esse ângulo.

$$\text{Tangente} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}}$$

As razões trigonométricas de 30°, 45° e 60°.

x	30°	45°	60°
sen x	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg x	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Fonte: <http://www.somatematica.com.br/fundam/raztrig/razoes.php>
 Fonte: <http://www.somatematica.com.br/fundam/raztrig/razoes3.php>

Apostila – Pág. 246 – Questão 1 – (ENEM 2013) As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.

Utilizando 0,26 como valor aproximado para a tangente de 15° e duas casas decimais nas operações, descobre-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço:





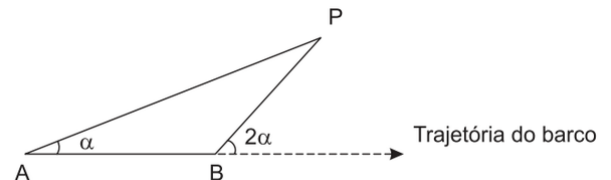
Comentário: O ângulo de 15° feito pelo lado AB e a aresta oblíqua do prisma tem como cateto oposto um dos lados do quadrado da base (L) e como cateto adjacente o lado AB, se for considerado o triângulo retângulo ABC, sendo C o vértice da base inferior que se encontra na mesma face de A. Sendo a tangente do ângulo a razão (divisão) entre o cateto oposto e o adjacente desse ângulo, tem-se que:

$$\operatorname{tg}15^\circ = 0,26 = \frac{L}{AB} = \frac{L}{114};$$

$$L = 0,26 \cdot 114 = 29,64m.$$

A área da base é $L^2 = 29,642^2 = 878,53m^2$

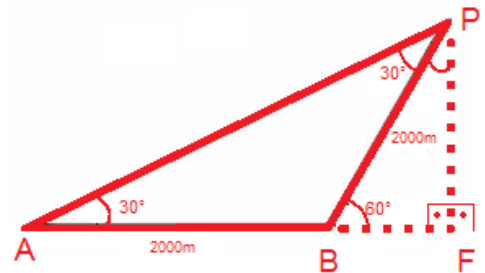
Apostila – Pág. 246 – Questão 2 – (Enem-2011) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α . A figura ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30^\circ$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância $AB = 2\,000\text{ m}$. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será:

Comentário: *Geometricamente,*

A menor distância do barco até o ponto P é um segmento perpendicular que passa pelo ponto P, nesse caso chamamos a segmento de segmento \overline{PF} . De acordo com as informações do texto, se $\alpha = 30^\circ$ então $2\alpha = 60^\circ$. Bom, o ângulo ao lado esquerdo do de 60° é suplementar a ele, logo ele vale 120° , e como sabemos que $\alpha = 30^\circ$, temos que o ângulo $P = 30^\circ$, então o $\triangle ABP$ é isósceles e $\overline{AB} = \overline{BP}$, por isso $\overline{BP} = 2000m$, como mostra a resolução. Agora é só aplicar as leis trigonométricas $\triangle BFP$ e descobrir o tamanho de \overline{PF} .



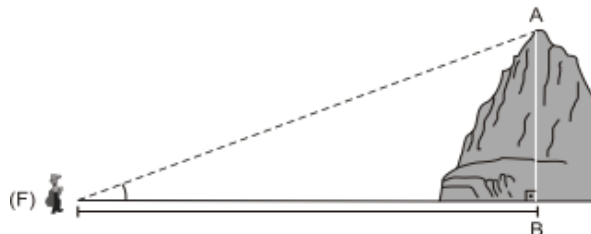
$$\operatorname{Cos}30^\circ = \frac{d}{2000} \Rightarrow d = \operatorname{Cos}30^\circ \cdot 2000 \Rightarrow d = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2000$$

$$d = 1000\sqrt{3}$$

Portanto a distância do ponto F ao ponto P é de $1000\sqrt{3}\text{ m}$.

Apostila – Pág. 247 – Questão 9 – (UEMG – 2010) Na figura, um fazendeiro (F) dista 600 m da base da montanha (ponto B). A medida do ângulo AFB é igual a 30° .

Ao calcular a altura da montanha, em metros, o fazendeiro encontrou a medida correspondente a:



Comentário: Se a distância apresentada no enunciado se refere ao cateto adjacente, e a altura da montanha se refere ao cateto oposto, logo usaremos a tangente do ângulo dado para o cálculo da altura. Então, chamando a altura da montanha de x , temos:

$$\operatorname{tg}30^\circ = \frac{x}{600} \Leftrightarrow x = \operatorname{tg}30^\circ \cdot 600 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 600 \Rightarrow x = 200\sqrt{3}.$$

Os exercícios resolvidos 1, 2 e 3 da página 244 da apostila são ótimos exercícios de revisão. Não deixem de estudá-los.